Espacios vectoriales ejer. 4 Algebra de Grossman

BY JASON RINCÓN

Sea H el conjunto de todos los pares ordenados (x, y) donde x > 0; y > 0. definidos apartir de:

$$(x,y) \oplus (x^{\hat{}},y^{\hat{}}) = (x+x^{\hat{}},y+y^{\hat{}})$$

$$c \odot (x,y) = (cx,cy)$$

determinar si el conjunto es un espacio vectorial.

PLAN:

- Se verifican las propiedades de la suma vectorial.
- Se verifican las propiedades de la multiplicación por un escalar.
- Si se cumplen ambas es un espacio vectorial.

Procedimiento.

1. Propiedades a)

$$u\oplus v = v\oplus u$$

$$(x\,,y)\oplus (x\,\hat{}\,,y\,\hat{}\,) = (x+x\,\hat{}\,,y+y\,\hat{}\,) \qquad \text{por un lado}$$

$$(x\,\hat{}\,,y\,\hat{}\,) \oplus (x\,,y) = (x\,\hat{}\,+x\,,y\,\hat{}\,+y) \quad \text{por el otro lado}$$

$$(x+x\,\hat{}\,,y+y\,\hat{}\,) = (x\,\hat{}\,+x\,,y\,\hat{}\,+y\,)$$

Por lo tanto esta cerrado bajo la suma vectorial.

2. Probiedad b)

$$c \odot (u \oplus v) = c \odot u \oplus c \odot v$$

$$c \odot ((x,y) \oplus (x`,y`)) = c \odot (x+x`,y+y`)$$

$$= (c(x+x`),c(y,y`)) \text{ por un lado}$$

$$c \odot (x,y) \oplus c \odot (x`,y`) = (c(x,y) \oplus c(x`,y`))$$

$$= (cx,cy) \oplus (cx`,cy`)$$

luego

$$(c(x+x`),c(y,y`)) \neq ((cx,cy),(cx`,cy`))$$

Por lo tanto no es cerrado bajo la multiplicación por un escalar y NO ERS UN ESPACIO VECTORIAL.